

4.6.5 Složený obvod střídavého proudu

Předpoklady: 4601, 4602, 4603, 4604

Pedagogická poznámka: Tato hodina je z hlediska probrání látky vynechatelná. Vyplnění tabulky v příkladu 1 můžete přesunout na příští hodinu a zbytek hodiny je speciálním případem toho, co se příští hodinu probere obecně. Přesto hodinu vidím jako užitečnou, legitimuje totiž z pohledu žáků zbytečně složité sčítání odporů ve střídavých obvodech. Navíc přesnost výsledků je velmi dobrá, většinou je chyba menší než 5%.
Občas se objevují žáci, kteří protestují proti tomu, že bez pořádné teorie jenom tak sčítáme pomocí Pythagorovy věty. Beru to jako typické postižení školou, naprostá většina vědeckých poznatků vzniká tím, že se snažíme vysvětlit pozorované skutečnosti.
Stejně tak moc neřeším připomínky proti tomu, že se učíme sčítat odpor s induktancí nejdříve špatně. Hlavní cílem není naučit se (a hned zapomenout) fyzikální vzorečky, ale alespoň trochu proniknout do fyzikálního uvažování. K němu patří i omyly a hlavně hledání jiné cesty ve chvíli, kdy pokus nevyjde podle předpokladů.

Pedagogická poznámka: Přisahám, že naměřené hodnoty jsou opravdu reálné, naměřené při hodině 30. 1. 2019. Samotného mě nepřestává překvapovat, jak přesně všechno vychází.

Pomůcky: cívka 600 závitů, odpor (nejlépe s hodnotou co nejbližší hodnotě 2Ω), dva multimetry, zdroj stejnosměrného a střídavého napětí.

Př. 1: Doplň tabulku s přehledem součástek.

	Odpor R	Kondenzátor C	Cívka L
„Odpor“ stejnosměrný obvod			0
„Odpor“ střídavý obvod	R		
Fázový posun mezi proudem a napětím u střídavého obvodu			

Přehled součástek:

	Odpor R	Kondenzátor C	Cívka L
„Odpor“ stejnosměrný obvod	R	∞	0
„Odpor“ střídavý obvod	R	$X_C = \frac{1}{\omega C}$	$X_L = \omega L$
Fázový posun mezi proudem a napětím u střídavého obvodu	0	$\frac{\pi}{2}$ nejdřív proud pak napětí	$-\frac{\pi}{2}$ nejdřív napětí pak proud

V tabulce jsou zachyceny ideální případy.

Prozkoumáme reálnou školní cívku 600 závitů.

Připojíme cívku do stejnosměrného obvodu, neprochází přes ní nekonečný proud \Rightarrow cívka má nenulový odpor (jasné, je namotaná z drátu, který má sice malý odpor, ale závitů je hodně \Rightarrow chová se podobně jako rezistor).

Jaký je její odpor? (všechny hodnoty na dvě platné číslice, nejde o přesné měření).

Naměřené hodnoty:

$$\cdot U = 1,8 \text{ V} \quad , \quad I = 0,90 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U}{I} = \frac{1,8}{0,90} \Omega = 2 \Omega$$

$$\cdot U = 1,18 \text{ V} \quad , \quad I = 0,59 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U}{I} = \frac{1,18}{0,59} \Omega = 2 \Omega$$

Cívka se ve stejnosměrném obvodu chová jako klasický rezistor o odporu 2Ω .

Ve střídavém obvodu by se její „odpor“ měl zvětšit, začne indukovat protinapětí a projeví se její indukance. Spočteme jak.

$$\text{Indukčnost cívky: } L = \mu \frac{N^2 \cdot S}{l}$$

Počet závitů: $N = 600$, $l = 7,5 \text{ cm} = 0,075 \text{ m}$.

$S = \pi r^2 = \pi 0,025^2 \text{ m}^2 = 0,002 \text{ m}^2$ (plocha dutiny cívky, jde přibližně o kruh s průměrem 5 cm)

$\mu = \mu_0$ cívka má vzduchové jádro

Př. 2: Urči indukčnost školní cívky 600 závitů. Jaká bude její indukance v obvodu o frekvenci 50 Hz ?

$$\text{Indukčnost cívky: } L = \mu \frac{N^2 \cdot S}{l} = 4 \pi \cdot 10^{-6} \frac{600^2 \cdot 0,002}{0,075} \text{ H} = 0,012 \text{ H}$$

$$\text{Induktance cívky: } X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,012 \Omega = 3,8 \Omega$$

\Rightarrow Celkový odpor cívky se střídavém obvodu by měl být $2 + 3,8 \Omega = 5,8 \Omega$.

Ověříme pokusem – cívku připojíme ke zdroji střídavého napětí a změříme napětí s proudem:

Naměřené hodnoty:

$$\cdot U = 2,01 \text{ V} \quad , \quad I = 0,470 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad R + X_L = \frac{U}{I} = \frac{2,01}{0,470} \Omega = 4,28 \Omega$$

$$\cdot U = 3,07 \text{ V} \quad , \quad I = 0,707 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U}{I} = \frac{3,07}{0,707} \Omega = 4,34 \Omega$$

\Rightarrow Naměřená hodnota $4,3 \Omega$ je překvapivě malá.

I když uvážíme, že náš výpočet nebyl zcela přesný, vychází odečtením indukance cívky na $4,3 \Omega - 2,5 \Omega = 1,8 \Omega$ \Rightarrow ani ne polovina spočtené hodnoty. Tak velkou chybu jsme snad neudělali.

Možné příčiny neshody (prochází všechny kroky, které jsme udělali):

- špatný vzorec nebo špatně určené parametry cívky (o tom se snadno přesvědčit nemůžeme, ale tam chyba není),
- normální odpor cívky funguje ve střídavém obvodu jinak (snadno si měřením ve stejnosměrném a střídavém obvodu můžeme ukázat, že funguje stejně),
- **není možné jednoduše sčítat odpor a indukanci cívky.**

Ověříme chování odporu:

- tabulková hodnota (z našich odporů vybíráme ten, který má hodnotu odporu nejbližší hodnotě klasického odporu cívky),
- stejnosměrný obvod: $U = 1,55 \text{ V}$, $I = 0,333 \text{ A}$ $\Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{1,55}{0,333} \Omega = 4,65 \Omega$
- střídavý obvod: $U = 2,10 \text{ V}$, $I = 0,454 \text{ A}$ $\Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{2,10}{0,454} \Omega = 4,63 \Omega$
- střídavý obvod: $U = 1,35 \text{ V}$, $I = 0,283 \text{ A}$ $\Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{1,35}{0,283} \Omega = 4,77 \Omega$

Rozdíly sice existují, ale jsou o více než řádově menší než rozdíl mezi spočtenou a naměřenou hodnotou spojeného odporu a indukčnosti cívky.

Zbývá poslední možnost – odpor a indukčnost nemůžeme jen tak sčítat. Není to tak nesmyslné, jak se na první pohled zdá. Při našich úvahách jsme zapomněli na čtvrtou řádku tabulky: normální odpor a indukčnost cívky se liší fázovým posunem mezi proudem a napětím \Rightarrow jak odpor tak indukčnost snižuje proud v obvodu, ale není to to samé. Působení cívky „svírá s působením odporu úhel 90° “.

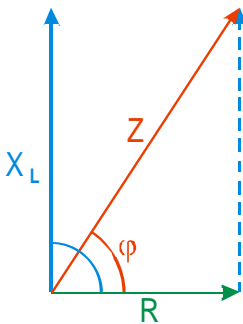
Jakým způsobem se „sčítají“ věci, které „svírají úhel 90° “?

Pomocí Pythagorovy věty \Rightarrow zkusíme výsledný „odpor“ (značíme ho Z a říkáme mu **impedance**) spočítat pomocí Pythagorovy věty: $Z = \sqrt{2,0^2 + 3,8^2} \Omega = 4,3 \Omega$, když srovnáme s naměřenou hodnotou $4,3 \Omega$, jde až o překvapivou shodu.

Zbývá ještě vyřešit, jaký bude v obvodu posun mezi napětím a proudem. Určitě bude mezi 0° (tak by to chtěl odpor) a 90° (tak by to chtěla indukčnost).

Indukčnost je větší než odpor \Rightarrow fázový posun by měl být blíž k 90° než k 0° \Rightarrow bude větší než 45° .

Nakreslíme obrázek:



Když využijeme pravoúhlý trojúhelník kromě určení impedance i k určení fázového posunu, nabízí se vztah $\text{tg } \varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{3,8}{2,5} \Rightarrow \varphi = 56^\circ 40'$.

Shrneme: pro sériové zapojení cívka, odpor ve střídavém obvodu:

- impedance (něco jako celkový odpor): $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$,
- fázový posun: $\text{tg } \varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R} = \frac{U_L}{U_R}$,
- Ohmův zákon: $I = \frac{U}{Z}$.

Př. 3: Reálná cívka s ohmickým odporem $R = 50 \Omega$ a indukčností $L = 0,2 \text{ H}$ je připojena:

- a) ke stejnosměrnému zdroji napětí 5 V,
 b) ke střídavému zdroji napětí 5V, 50 Hz.

Urči v obou případech proud, který bude přes cívku procházet. Jaký bude fázový posun mezi napětím a proudem?

- a) stejnosměrný zdroj napětí 5 V
 Roli hraje pouze ohmický odpor.

$$I = \frac{U}{R} = \frac{5}{50} \text{ A} = 0,1 \text{ A}$$

Fázový posun je nulový.

- b) střídavý zdroj napětí 5V, 50 Hz

Roli hraje jak ohmický odpor tak indukčnost \Rightarrow musíme určit impedanci.

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{50^2 + (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,2)^2} \Omega = 80,3 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{5}{80,3} \text{ A} = 0,062 \text{ A}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,2}{50} = 1,26 \Rightarrow \varphi = 51^\circ 21'$$

Př. 4: Při pokusu s cívku 600z s ocelovým jádrem ve střídavém obvodu byla paralelně zapojena cívka a reostat. V každé větvi byla jedna ze dvou identických žárovek. U stejnosměrného proudu byl reostat nastaven na 55 Ω . Po zapojení do stejnosměrného obvodu jsme museli zvětšit odpor na reostatu na 120 Ω . Urči indukčnost cívky.

Ze zapojení reostatu jsme zjistili:

- ve stejnosměrném obvodu ohmický odpor $R = 55 \Omega$,
- ve střídavém obvodu celkovou impedanci $Z = 120 \Omega$,

\Rightarrow ze vztahu pro impedanci můžeme určit indukčnost.

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$Z^2 = R^2 + (\omega L)^2$$

$$Z^2 - R^2 = \omega^2 L^2$$

$$L^2 = \frac{Z^2 - R^2}{\omega^2}$$

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega}$$

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} = \frac{\sqrt{120^2 - 55^2}}{2 \cdot \pi \cdot 50} \text{ H} = 0,34 \text{ H}$$

Cívka má s ocelovým jádrem indukčnost 0,34 H.

Pedagogická poznámka: Pokus z úvodu hodiny provádíme se studenty, aby sami zjistili, že normální sčítání nefunguje. Fázory zavádíme až v další hodině, cílem této je pouze zjistit, že u střídavého proudu je nutné postupovat opatrněji a brát v úvahu i rozdílné fázové posuny.

Shrnutí: Obyčejný odpor a induktanci cívky nemůžeme sčítat normálně, ale musíme použít Pythagorovu větu.